

APPLICATION DE MÉTHODES D'ANALYSE STATISTIQUE MULTIVARIÉES AUX MESURES S^2

**Benoit Sévigny¹, Guillaume Le Cocq¹, Carmen Carina Castiñeiras Carrero^{1,2},
Constance Valentin¹, Pierre Sillard², Géraud Bouwmans¹, Laurent Bigot¹ et Yves Quiquempois¹**

¹ *Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules, IRCICA Research Institute,
CNRS-Université Lille 1, 50 avenue Halley, 59658 Villeneuve d'Ascq cedex, France*

² *Prysmian Group, Parc des Industries Artois Flandres, 644 boul. Est, Billy Berclau, 62092 Haisnes
Cedex, France*

benoit.sevigny@ed.univ-lille1.fr

RÉSUMÉ

La technique de caractérisation de contenu modal dite « S^2 » (pour «résolu *spectralement* et *spatialement*») a fait son apparition il y a quelques années en ayant comme première application d'évaluer la qualité de faisceau dans les lasers fibrés opérant en régime quasi-monomode. Or, son application à des systèmes supportant plusieurs modes fortement excités, comme les systèmes de télécommunications en multiplexage spatial, rend l'interprétation des résultats difficile, voire impossible. Nous proposons un traitement des données S^2 basé sur des méthodes d'analyse statistique multivariées permettant de s'affranchir de plusieurs limitations du traitement standard des données. Des résultats expérimentaux sur une fibre supportant quelques modes fortement excités sont également présentés.

MOTS-CLEFS : *Multiplexage spatial; contenu modal; caractérisation de fibre.*

1. INTRODUCTION

La caractérisation du contenu modal et de la dispersion des fibres multimodes, voire même du couplage entre les modes, peut être effectuée à partir de la méthode dite S^2 [1] qui consiste à observer l'interférence des différents modes en fonction de la longueur d'onde. Ce type d'étude peut s'avérer tout particulièrement intéressant dans le domaine des télécommunications en multiplexage spatial. Or, l'application de la méthode standard s'avère être complexe lorsque plusieurs modes sont excités avec des puissances comparables et il peut s'avérer que les résultats soient impossibles à interpréter dans le cas où les différences de délai de groupe entre plus d'une paire de modes sont dégénérés. Nous proposons donc une méthode d'analyse des données S^2 permettant de séparer l'information spatiale et spectrale des termes d'interférence indépendamment du niveau d'excitation des modes, et ce même dans des cas dégénérés. Des mesures ont été effectuées sur une fibre supportant 12 modes et les résultats obtenus sont présentés.

2. PRINCIPES DE LA MÉTHODE

Une façon simple d'effectuer cette mesure consiste à enregistrer une image du champ proche en sortie de fibre en fonction de la longueur d'onde, typiquement ajustée à l'aide d'une source accordable [2]. Les données ainsi recueillies prennent la forme suivante :

$$I(x, y, \omega) = \bar{I}(x, y) + 2\sqrt{P_k P_\ell} F_k(x, y) F_\ell(x, y) \cos(\tau_{k\ell} + \phi_{k\ell}) \quad (1)$$

où les P_k représentent la puissance dans le mode « k », F_k est son enveloppe de champ normalisée et $\tau_{k\ell}$ représente la différence de délai de groupe entre les modes k et ℓ . L'analyse standard de ces résultats consiste à observer, dans le domaine temporel (ou de Fourier) τ , le terme spatial de contraste $2\sqrt{P_k P_\ell} F_k F_\ell$. Cette méthode, appliquée à nos résultats, est illustrée à la figure 1 (a). Cette courbe présente trois groupes de spectres, mais leur interprétation est difficile. En effet, l'intégration des termes de contraste sur les

zone grisée illustrée au-dessus de la figure est parfois difficile à interpréter. En particulier, le premier pic présente une figure moyenne qui ressemble à une interaction du type LP₀₁-LP₁₁ mais les observations en des τ ponctuels (en haut à droite) sont très variées et semblent représenter des interactions du type LP₁₁-LP₂₁. L'interprétation des résultats revêt donc un certain caractère arbitraire à savoir quel point en particulier doit être choisi [3]. L'idée de la méthode proposée ici est d'observer les données par corrélation. Pour ce faire, centrons d'abord l'intensité en retirant la valeur moyenne $\bar{I}(x,y)$, puis prenons le carré :

$$X = (I - \bar{I})^2 = \sum_{k=1}^{M-1} \sum_{\ell=k+1}^M \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=m+1}^M 4\sqrt{P_k P_\ell P_m P_n} (F_k F_\ell)(F_m F_n) \cos(\tau_{k\ell} + \phi_{k\ell}) \cos(\tau_{mn} + \phi_{mn}) \quad (2)$$

où M est le nombre total de modes. On peut alors calculer la corrélation spectrale, C , et spatiale, C' , en intégrant sur les fréquences optiques et sur l'espace (x,y) respectivement :

$$C(x,y) = \int X(x,y,\omega) d\omega; \quad C'(\omega) = \iint X(x,y,\omega) dx dy \quad (3)$$

Si on observe l'expression du carré de l'intensité X à l'équation 2, on remarque que l'intégration sur les fréquence optique s'annule pour tous les termes sauf ceux pour lesquels $\tau_{k\ell} = \tau_{mn}$. La corrélation C peut donc s'exprimer comme une forme quadratique des figures de battement $(F_k F_\ell)^2$. De la même façon, la corrélation C' quand à elle n'est importante que pour des couples de battements $F_k F_\ell$ et $F_m F_n$ spatialement similaires ou identiques, alors que plusieurs sont orthogonaux. Ainsi, les corrélations nous renseignent sur les battements formant les composantes principales, d'une part sur le plan spectral et d'autre part sur le plan spatial. L'analyse par composantes principales (ACP [4]) appliquée à ces données permet donc d'extraire les spectres et les battements. En particulier, des battements dégénérés en différence de délai de groupe peuvent très bien être séparés sur la base de l'orthogonalité de leurs figures de battement. On constate effectivement, sur la figure 1 (b) (haut), que des solutions présentant des spectres très semblables sont effectivement séparées sur la base de l'orthogonalité de leurs figures de battement. L'approche ACP montre néanmoins des limitations si les figures de battement ne sont pas toutes orthogonales, auquel cas certaines solutions sont couplées et présentent des spectres avec plusieurs composantes ainsi que des figures de battement orthogonalisées (figure 1 (b), bas). Dans ce cas, une technique toute indiquée pour les séparer est l'analyse par composante indépendantes (ACI [5]). En effet, cette technique permet de minimiser l'information mutuelle contenue dans un ensemble de signaux. Une fois appliquée aux solutions couplées obtenues par l'ACP, les spectres peuvent finalement être séparés ainsi que les figures de battement associées par corrélation du spectre avec les données (figure 1 (c)). Les amplitudes de modes $F_k(x,y)$ peuvent ensuite être reconstituées en employant des techniques détaillées dans [6]. Ainsi, l'application conjointe de ces deux techniques permet de séparer des figures de battement qui peuvent être complètement obfusquées dans l'analyse standard à cause, par exemple, de la dégénérescence de la différence de délai de groupe. Toutes les figures de battement significatives et leur spectres peuvent donc être reconstitués, même sans *a priori* avoir d'information sur le design de la fibre.

3. CONCLUSION

Dans le but de généraliser l'application de la méthode S^2 pour caractériser des fibres multimodes, nous avons proposé une méthode d'analyse statistique multivariée permettant à la fois de séparer spectralement et spatialement les termes de battement d'interférence entre les modes. Cette approche au traitement des données permet, pour une excitation modale arbitraire, de séparer les termes d'interférence et connaître leur amplitude même dans le cas où leurs différences de délais de groupe sont dégénérées où que leurs battements sont spatialement dégénérés. Cette tâche est impossible à effectuer avec la méthode standard sans utiliser des données supplémentaires sur la nature des modes, comme par exemple des profils de battements obtenus par simulation numérique à partir du profil d'indice. La méthode puissante proposée pourrait, à l'aide de quelques règles simples, permettre de générer automatiquement un modèle de mode et de dispersion pour une fibre arbitraire.

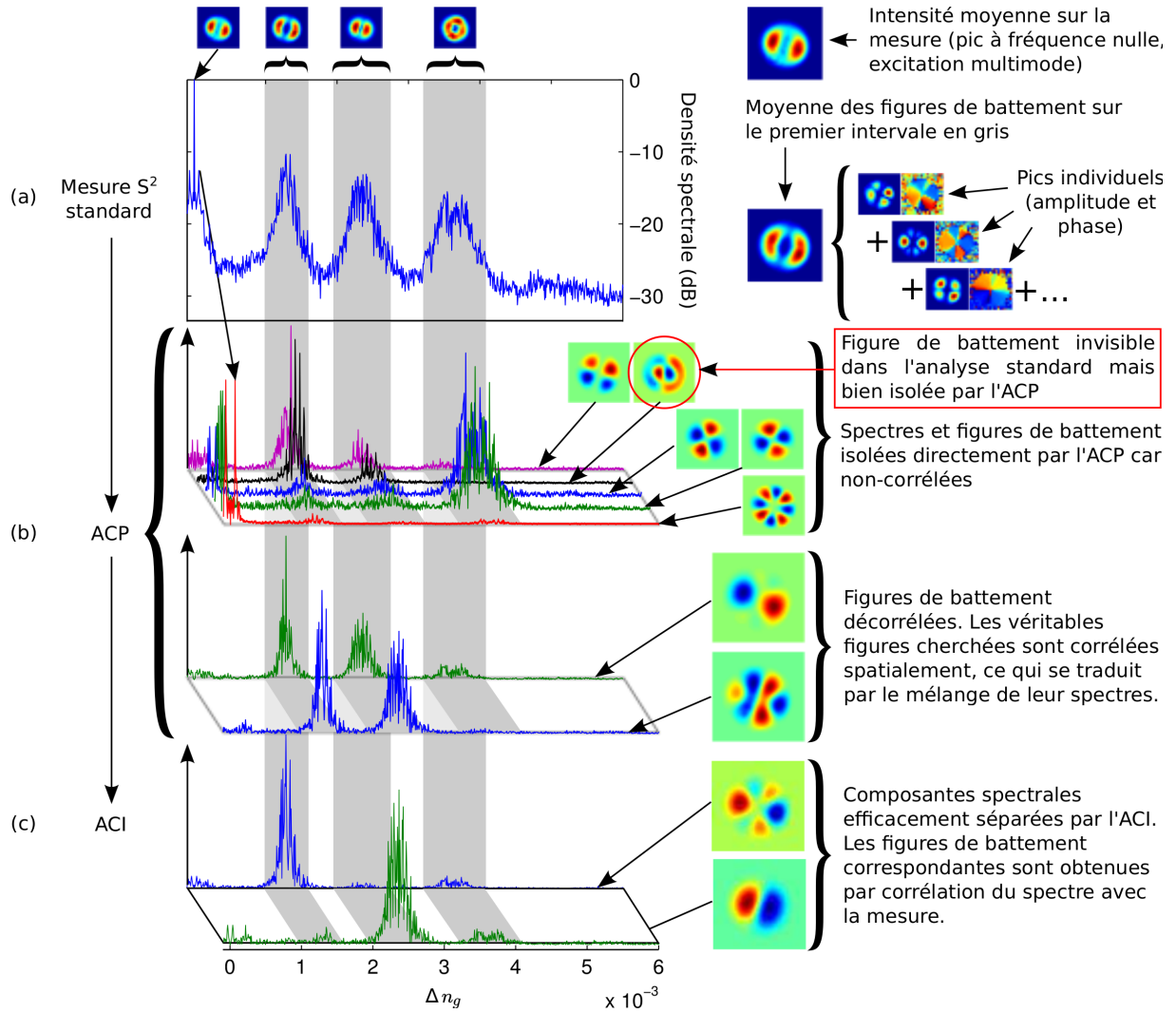


FIGURE 1 : Résumé de la méthode d'analyse statistique multivariée appliquée aux données S^2 ; (a) on effectue d'abord une mesure S^2 (dont l'analyse standard est illustrée sur le premier graphe) qui est ici difficile à interpréter puis, (b) on applique la méthode d'analyse par composantes principales (ACP) pour effectuer une première séparation des figures de battement et des spectres basée sur la corrélation et, finalement, (c) on applique l'analyse par composante indépendantes (ACI) pour complètement séparer les spectres et les figures de battement des modes. A des fins de clarté, seuls quelques battements sont illustrés.

RÉFÉRENCES

- [1] J W Nicholson, A D Yablon, S Ramachandran, and S Ghalimi. Spatially and spectrally resolved imaging of modal content in large-mode-area fibers. *Opt. Express*, 16(10) :989–991, 2008.
- [2] Duc Minh Nguyen, Thanh Nam Nguyen, Sy Dat Le, Laurent Provino, Monique Thual, and Thierry Chartier. Modal decomposition technique for multimode fibers. 2012.
- [3] C. Jollivet, D. Flamm, M. Duparre, and A Schulzgen. Detailed characterization of optical fibers by combining S^2 imaging with correlation filter mode analysis. *Journal of Lightwave Technology*, 32(6) :1068–1074, March 2014.
- [4] I T Jolliffe. *Principal Component Analysis*. Springer Series in Statistics. Springer, deuxième édition, 2002.
- [5] Aapo Hyvärinen, Juha Karhunen, and Erkki Oja. *Independent Component Analysis*. Wiley, 2001.
- [6] H Otto, Florian Jansen, Fabian Stutzki, and Cesar Jauregui. Improved modal reconstruction for spatially and spectrally resolved imaging. *JLT*, 31(8) :1295–1299, 2013.