CONDENSATION ET THERMALISATION D'ONDES CLASSIQUES DANS UN GUIDE D'ONDES OPTIQUE

C. Michel[1], P. Aschieri[1], J. Garnier[3], V. Doya[1], A. Picozzi[2]

[1] *Laboratoire de Physique de la Matière Condensée, CNRS UMR 7336, Un. Nice-Sophia Antipolis, France*
[2] *Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, CNRS UMR 6303, Un. de Bourgogne, France*
[3] *Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires, CNRS UMR 7599, Un. Paris 7, France*

claire.michel@unice.fr

RÉSUMÉ

Nous étudions théoriquement et expérimentalement la thermalisation et la condensation d'une onde optique classique au cours de sa propagation dans un guide d'ondes.

MOTS-CLEFS : *Thermalisation optique ; Condensation ; Turbulence d'ondes ; Fibre optique non linéaire.*

1. INTRODUCTION

La propagation d'un champ optique incohérent dans un milieu non linéaire peut se caractériser par une évolution irréversible vers un état d'équilibre thermodynamique qui maximise l'entropie du champ. Ce processus de thermalisation peut s'accompagner d'un effet de condensation du champ optique : le mode fondamental du champ se peuple de façon macroscopique au détriment des autres modes [1]. Une fréquence de coupure qui régularise la catastrophe ultraviolette du champ classique est généralement introduite de façon artificielle dans la théorie. Nous montrons qu'une fréquence de coupure physique apparaît naturellement dès lors que l'on considère la propagation du champ optique dans un guide d'ondes [2]. Nous dérivons en particulier une équation cinétique de turbulence d'ondes dans la base des modes propres du guide. Enfin, nous présenterons les effets des pertes sur ce processus.

2. PROPAGATION : MODELISATION NUMERIQUE

La propagation d'une onde non linéaire dans un guide d'onde multimode est décrite par l'équation non linéaire de Schrödinger (NLS) avec potentiel extérieur [2]

$$i\,\partial_z \psi = -\alpha \nabla_\perp^2 \psi + V(\vec{r})\psi + \gamma\,|\psi|^2\,\psi \qquad (1)$$

où α est le coefficient de diffraction, γ le coefficient non linéaire et $V(\mathbf{r})$ le potentiel extérieur.

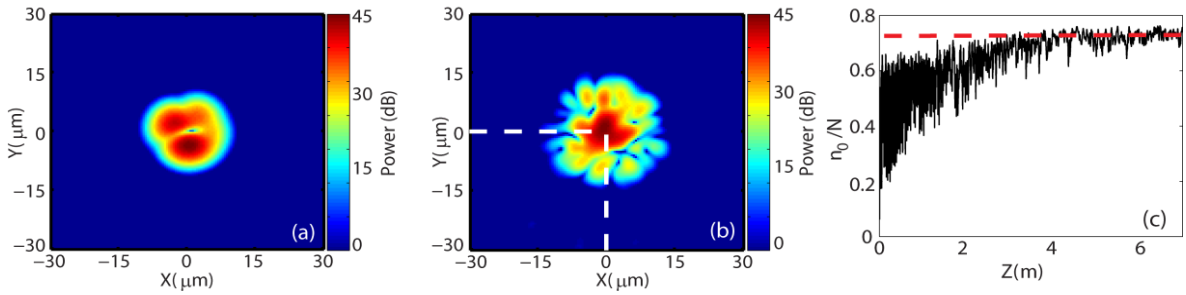

Figure 1 : Intensités du champ pour (a) la condition initiale, et (b) à z=7m obtenues en intégrant l'éq. (1) pour une fibre optique à gradient d'indice. (c) Puissance condensée dans le mode fondamental vs distance de propagation z.

Les Figures 1(a) et (b) illustrent une évolution typique de l'intensité du champ, dans une fibre optique multimode à gradient d'indice, modélisée par l'équation (1). Les fluctuations de faible amplitude (Fig. 1(b)) reflètent un peuplement non négligeable des modes d'ordre élevés et témoignent du processus de thermalisation. L'effet de condensation se caractérise par une croissance de n_0/N qui sature à l'équilibre (Fig. 1(c)).

3. TURBULENCE D'ONDES ET EQUATION CINETIQUE

En décomposant le champ optique sur les modes propres du guide, $\psi(\mathbf{r},z)=\sum_m c_m(z)u_m(\mathbf{r})\exp(-i\beta_m z)$, où $u_m(\mathbf{r})$ est le mode transverse d'ordre $\{m\}$, $c_m(z)$ son poids, et β_m sa constante de propagation, nous avons dérivé l'équation cinétique décrivant l'évolution de l'occupation modale du champ [2]

$$\partial_z n_\kappa(z)=\frac{4\pi\gamma^2}{\beta_0^6}\iiint d\kappa_1 d\kappa_2 d\kappa_3\,\delta(\beta_{\kappa_1}+\beta_{\kappa_3}-\beta_{\kappa_2}-\beta_\kappa)\times\left|W_{\kappa\kappa_1\kappa_2\kappa_3}\right|^2 n_\kappa n_{\kappa_1} n_{\kappa_2} n_{\kappa_3}$$
$$\times\left(n_\kappa^{-1}+n_{\kappa_2}^{-1}-n_{\kappa_1}^{-1}-n_{\kappa_3}^{-1}\right)+\frac{8\pi\gamma^2}{\beta_0^2}\int d\kappa_1\,\delta\left(\beta_{\kappa_1}-\beta_\kappa\right)\left|U_{\kappa\kappa_1}(n)\right|^2(n_{\kappa_1}-n_\kappa) \qquad (2)$$

avec $n_\kappa=n_{\{m\}}=\langle\left|\int\psi(\mathbf{r},z)u_m^*(\mathbf{r})d\mathbf{r}\right|^2\rangle=\langle|c_m(z)|^2\rangle$, $U_{\kappa\kappa_1}(n)=1/\beta_0\int d\kappa'\,W_{\kappa\kappa_1\kappa'\kappa'}n_{\kappa'}$ et $W_{mpqs}=\int u_m^*(\mathbf{r})u_p(\mathbf{r})u_q^*(\mathbf{r})u_s(\mathbf{r})d\mathbf{r}$. Cette équation cinétique exhibe un « théorème H », ce qui permet d'obtenir le spectre d'équilibre thermodynamique: $n_\kappa^{éq}=T/(\beta_\kappa-\mu)$, T et μ étant des constantes associées à la conservation de l'énergie $E=\beta_0^{-2}\int d\kappa\beta_\kappa n_\kappa$ et de la puissance $N=\beta_0^{-2}\int d\kappa n_\kappa$. Cet état d'équilibre traduit une équipartition d'énergie sur les modes du guide (Cf. Fig. 2(b)), ainsi qu'une divergence en $\mu=\beta_0$ qui conduit à l'effet de condensation. La fraction de puissance condensée dans le mode fondamental peut être calculée à partir de cet état d'équilibre en fonction de l'énergie. Un très bon accord est obtenu avec les simulations numériques (Cf. Fig. 2(c)). On peut montrer que le nombre fini de modes du guide conduit à une fréquence de coupure effective qui régularise la catastrophe ultraviolette du champ optique classique [2].

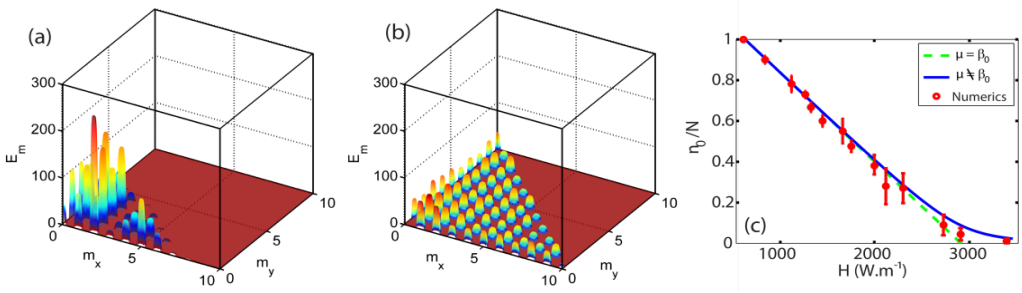

Figure 2 : Distribution d'énergie parmi les modes du guide: condition initiale (a), à l'équilibre thermodynamique (b). (c) Fraction de puissance condensée dans le mode fondamental n_0/N vs énergie (Hamiltonien) : un bon accord est obtenu entre la théorie (ligne bleu) et les simulations numériques sans l'emploi de paramètres ajustables.

4. THERMALISATION ET CONDENSATION DANS UNE « CAVITE » PASSIVE INCOHERENTE

Dans le but d'étudier la stabilité du processus de thermalisation, nous avons procédé aux mêmes types de simulations numériques, mais dans un système à pertes. Nous considérons une onde circulant dans une cavité en boucle non résonnante contenant un milieu non linéaire de type Kerr [3]. On introduit dans la cavité une pompe incohérente d'intensité $J_0=\int|\varphi_m(\mathbf{r})|^2\,d\mathbf{r}$ où $\varphi_m(\mathbf{r})$ est l'amplitude de la pompe injectée au tour m au temps $t=mt_R$ où t_R est le temps pour faire un tour de cavité. Il est important de noter que le temps de cohérence de la pompe t_c est tel

que $t_c << t_R$ de telle sorte qu'aucune structure résonnante ne se construit dans la cavité. L'onde se propageant dans la cavité s'écrit ainsi

$$\psi_{m+1}(z=0,\mathbf{r}) = \sqrt{\rho}\psi_m(z=L,\mathbf{r}) + \sqrt{\theta}\varphi_m(\mathbf{r}) \quad (2)$$

où $\psi_m(z,\mathbf{r})$ est le champ intra-cavité après m tours ($0 \le z \le L$), L est la longueur de la cavité, et ρ et θ sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission de l'intensité du champ, tels que $\rho + \theta = 1$.

En analysant le champ issu de la cavité, on peut étudier l'évolution du spectre de l'onde. En suivant la même méthode que dans la première partie, il est possible de dériver une équation cinétique décrivant l'évolution au cours de la propagation de ce spectre. Cette évolution est également marquée par un processus de thermalisation qui induit une condensation (Cf. Fig. 3(b)) – dans la dimension transverse – et un mode fondamental transverse qui se peuple de manière macroscopique (Cf. Fig. 3(a)) en fonction de l'énergie de la pompe.

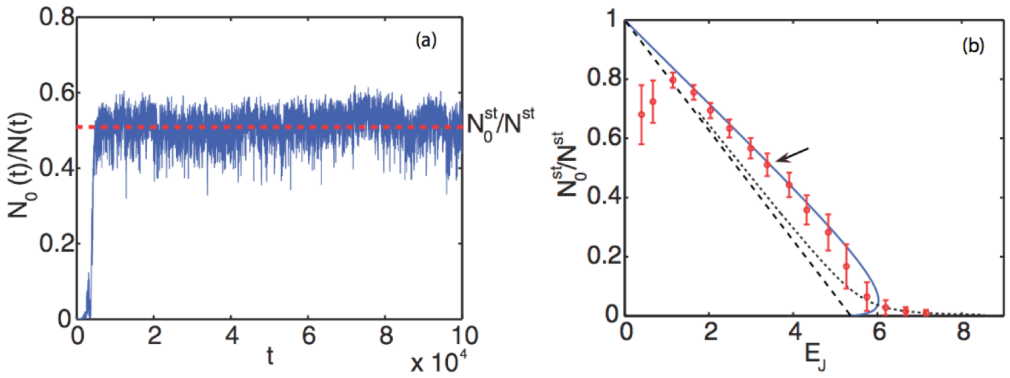

Figure 3 : (a) Evolution de la fraction de puissance condensée pour une condition initiale donnée, en fonction de la propagation dans la cavité, (b) Courbe de condensation en fonction de l'énergie de la pompe. Les points rouges sont issus de la modélisation de NLS, les courbes bleues et noires sont issues de la théorie.

En fonction de la finesse, de la longueur de la cavité et des pertes à la propagation, même si le système subit toujours un processus de thermalisation, la fraction de puissance condensée n'atteint plus systématiquement la valeur prédite par la théorie cinétique.

REFERENCES

[1] C. Connaughton, C. Josserand, A. Picozzi, Y. Pomeau, and S. Rica, PRL **95**, 263901 (2005).
[2] P. Aschieri, J. Garnier, C. Michel, V. Doya, and A. Picozzi, PRA **83**, 033838 (2011).
[3] C. Michel, M. Haelterman, P. Suret, S. Randoux, R. Kaiser, and a. Picozzi, PRA **84**, 033848 (2011).